

Ontwerpen voor differentiatie

SVP omcirkelen wat van toepassing is!

Vrijheidsgraad:

Langzamer < > Sneller

Complex < > Eenvoudig

Abstract < > Concreet

① Gestructureerd < > Open

Transfer (naar andere vakken) < > Basis van de stof

Niveau:

Vmbo | havo ob | havo bb | wiA | wiB | vwo ob | vwo bb | wiA | wiB

SVP zo concreet mogelijk omschrijven:

Welke opgaven van welk materiaal betreft het?

- ① 5/6 vwo wiskunde B.
* gemengde opgaven Hoofdstuk 14. Getal en ruimte
opg 20 → gestructureerd
* D-tset H11 Getal en ruimte
opg 9 opener.

14 Afgeleiden en primitieven

- 18** Een wielrenner moet bij een snelheid van 54 km/uur plotseling remmen voor een stilstaande auto. Op $t = 0$ is de wielrenner op 40 meter afstand van de auto en begint hij te remmen. Neem aan dat de versnelling tijdens het remmen constant is en de wielrenner precies voor de auto tot stilstand komt.

a Bereken de versnelling van de wielrenner in m/s^2 .

De auto blijkt niet stil te staan maar te rijden met een snelheid van 6 km/uur in dezelfde richting als de wielrenner.

Om niet tijdens het remmen ten val te komen mag de versnelling van de wielrenner niet kleiner zijn dan $-2,5 \text{ m/s}^2$.

b Onderzoek algebraïsch of de wielrenner op tijd voor de auto kan stoppen.



- 19** Gegeven is de functie $f(x) = (x^2 - 1\frac{1}{2}x)e^x$.
- a Bereken exact de extreme waarden van f .
 - b Bereken exact de x -coördinaten van de buigpunten van de grafiek van f .
 - c Onderzoek algebraïsch welke soort van dalen er is in het punt $(0, 0)$.
 - d De lijnen k en l gaan door $A(1\frac{1}{2}, 0)$ en raken de grafiek van f . Stel algebraïsch formules van k en l op.
 - e De lijn m snijdt de grafiek van f loodrecht in O . Verder snijdt m de grafiek ook in het punt B . Bereken in twee decimalen nauwkeurig de coördinaten van B .
- 20** Gegeven zijn de functies $f_p(x) = p\sqrt{x} - \ln(x)$ met $p > 0$.
- a Bereken exact de coördinaten van het buigpunt van de grafiek van f_2 .
 - b De toppen van de grafieken van f_p liggen op een kromme. Stel de formule op van deze kromme.
- 21** Gegeven zijn de functies $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x}$ en $g_p(x) = p\sqrt{x}$.
- a Onderzoek of er een waarde van p is waarvoor de grafieken van f en g_p elkaar raken.
 - b Bereken de waarde van p waarvoor de grafieken van f en g_p elkaar loodrecht snijden.

Hoofdstuk 14

Gemengde opgaven G&R

20 Gestructureerder

a) → a) Schrijf de formule van f_2 op.

b) Teken de grafiek van f_2 .

c) Wat is de afgeleide van $y = \sqrt{x}$?

d) " " " " " $y = \ln(x)$?

e) ~~Geef de afg~~

Toon aan dat de afgeleide van f_2 gelijk is aan

$$f_2'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}.$$

f) Geef ~~de~~ $f_2''(x)$.

g) Herleid de dubbele afgeleide tot één breuk.

h) nu echte vraag a.

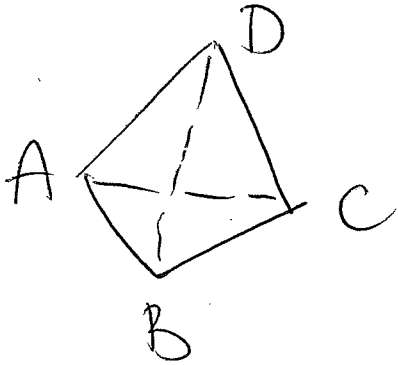
①

D-toets H14 GER

Opgave 9 blz 147 - opener

⑨ ~~afweg~~

Gegeven is vierhoek ABCD met
 $AB = BC = 5$ en $CD = AD = 6$.



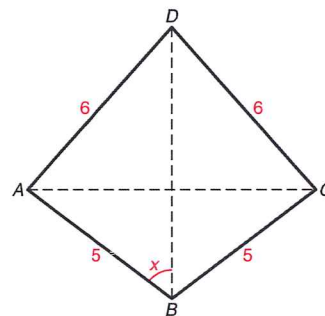
Bereken de waarde van $\angle ABD$
waarvoor de oppervlakte van
deze vierhoek maximaal is.

14.3 Oppervlakten en afstanden bij grafieken

- 6** Gegeven is de functie $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$. Het punt P met $x_P = p$ ligt op de grafiek van f . Voor de lengte L van het lijnstuk OP geldt $L = \sqrt{p^2 - 2p + 8}$.
- Toon aan dat deze formule juist is.
 - Bereken exact de minimale waarde van L .
 - Van rechthoek $OQPR$ ligt Q op de positieve x -as en R op de y -as. Bereken exact de maximale oppervlakte van rechthoek $OQPR$.
- 7** Gegeven zijn de functies $f(x) = \ln(\frac{1}{2}x)$ en $g(x) = \ln(\frac{2}{3-x})$.
- De lijn $x = p$ met $0 < p < 3$ snijdt de grafiek van f in A en de grafiek van g in B .
Bereken exact de minimale lengte van het lijnstuk AB .
 - De lijn $y = q$ met $q \neq 0$ snijdt de y -as in C , de grafiek van f in D en de grafiek van g in E .
Bereken exact voor welke waarde van q het punt E het midden is van CD .

14.4 Optimaliseringsproblemen

- 8** Van driehoek ABC met $\angle A = 90^\circ$ is $AB + BC = 6$.
Stel $AB = x$, dan geldt voor de oppervlakte van $\triangle ABC$ de formule $O = \frac{1}{2}x\sqrt{36 - 12x}$.
- Toon aan dat deze formule juist is.
 - Bereken exact de maximale oppervlakte.
- 9** Gegeven is vierhoek $ABCD$ met $AB = BC = 5$ en $CD = AD = 6$. Zie figuur 14.53.
Stel $\angle ABD = x$.
Er geldt $BD = 5 \cos(x) + \sqrt{36 - 25 \sin^2(x)}$.
- Toon aan dat deze formule juist is.
 - Bereken in gehele graden nauwkeurig de waarde van x waarvoor de oppervlakte van $ABCD$ maximaal is.



figuur 14.53

14.5 Integralen bij snelheid en zwaartepunt

- 10** Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafiek van $y = 3^x$, de x -as, de y -as en de lijn $x = 1$. Het zwaartepunt van V is Z . Bereken de coördinaten van Z . Rond zo nodig af op twee decimalen.
- 11** Het vlakdeel V wordt ingesloten door de grafiek van $y = 4 - x^2$, de x -as en de y -as.
Het lichaam L ontstaat als V wentelt om de x -as.
Het lichaam M ontstaat als V wentelt om de y -as.
- Bereken exact de x -coördinaat van het zwaartepunt van L .
 - Bereken exact de y -coördinaat van het zwaartepunt van M .